**专题3-2 函数综合复习（2）：导数及其应用答案**

一、填空题

1．函数(其中为常数)，则=\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】0

2．曲线在点处的切线的斜率为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

3．定义在上的偶函数，当时，．若，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

4．设，则的解集为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

5．函数的定义域为R，，对任意，，则的解集为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】(，+)

6．已知函数有零点，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

7．若，且函数在*x*＝1处有极值，则的最大值等于\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】9

8．曲线在点（0，2）处的切线与直线和围成的三角形的面积为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

9．已知是上最小正周期为2的周期函数，且当时，，则函数的图象在区间[0，6]上与轴的交点的个数为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】7

10．设直线与函数的图像分别交于点，则当达到最小时，的值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

二、解答题

11．求下列各函数的导数：

（1）

【解】∵，

∴

．

（2）

【解】



∴．

（3）

【解】∵

∴．

（4）

【解】∵，

∴．

12. 已知曲线．

（1）求曲线在点*P*(2，4)处的切线方程；

（2）求曲线过点*P*(2，4)的切线方程．

【解】（1）因为*y*′=*x*2，

所以曲线在点*P*(2，4)处切线的斜率为．

所以曲线在点*P*(2，4)处的切线方程为*y*-4=4(*x*-2)，即4*x*-*y*-4=0．

（2）设曲线与过点*P*(2，4)的切线相切于点，

则切线的斜率为．

切线方程为即．

∵点*P*(2，4)在切线上，

∴，即，

∴，

解得或2，

所以，所求的切线方程为．

13.已知函数

（1）求函数的单调区间和极值；

（2）已知函数的图象与函数的图象关于直线对称，证明当时，；

（3）如果，且，证明．

【解】（1）

令，得*x*=1，列表

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* |  | 1 |  |
|  | + | 0 | – |
|  | ↗ | 极大值 | ↘ |

所以在内是增函数，在内是减函数．

函数在*x*=1处取得极大值*f*(1)=．

（2）由题意，可知*g*(*x*)=*f*(2–*x*)=(2–*x*)

令*F*(*x*)= *f*(*x*)–*g*(*x*)，即

于是

当*x*>1时，2*x*–2>0，从而，

又，所以，

从而函数*F*（*x*）在[1，+∞)是增函数．

又*F*(1)=0，所以*F*(*x*)>*F*(1)=0，即*f*(*x*)>*g*(*x*)．

（3）①若，

由（1）及，得，与矛盾．

②若，

由（1）及，得．与矛盾．

根据①②得，不妨设．

由（2）可知，，又，

所以，从而．

因为，所以，

又由（1）可知函数*f*(*x*)在区间（－∞，1）内是增函数．

所以，即．

14. 设函数，其中．

（1）若，求函数的单调区间；

（2）当函数与的图象只有一个公共点，且存在最小值时，（记的最小值为）求的值域．

【解】（1），又，

当或时，；

当时，，

在和内是增函数，

在内是减函数．

（2）由题意知，即恰有一根（含重根）

，即，

又，．

因为当时，才存在最小值，所以．



．

所以，的值域为．

【变题】（3）若与在区间内均为增函数，求的取值范围．

【解】当时，在和内是增函数，在内是增函数，

由题意得．

当时，在和内是增函数，在内是增函数，

由题意得．

综上可知，的取值范围为．